DISTRIBUCIÓN NORMAL.

Ejemplos de variables asociadas a fenómenos naturales que siguen el modelo de la normal son:

- caracteres morfológicos de individuos como la estatura;
- caracteres fisiológicos como el efecto de un fármaco;
- caracteres sociológicos como el consumo de cierto producto por un mismo grupo de individuos;
- caracteres psicológicos como el cociente intelectual;
- nivel de ruido en telecomunicaciones;
- errores cometidos al medir ciertas magnitudes

Figura: Campana de Gauss o función de densidad de una v.a. de distribución normal. El área contenida entre la gráfica y el eje de abcisas vale 1.

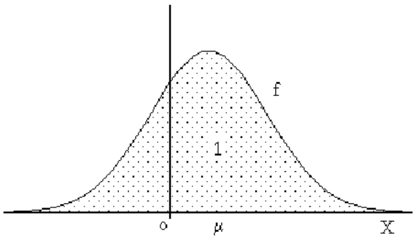


Figura: Distribuciones gaussianas con diferentes medias e igual dispersión.

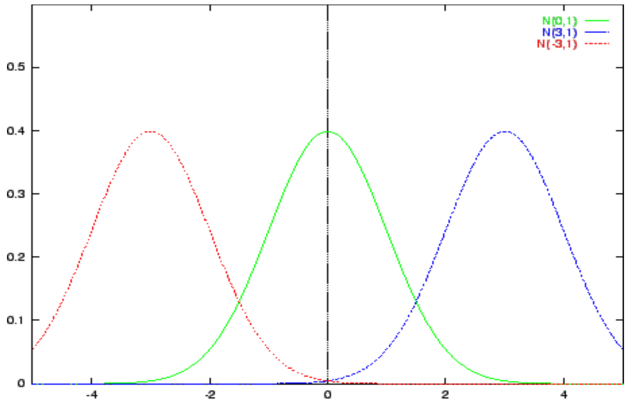
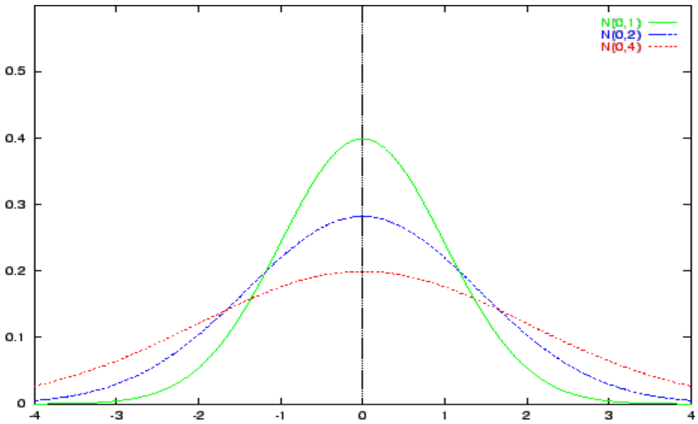
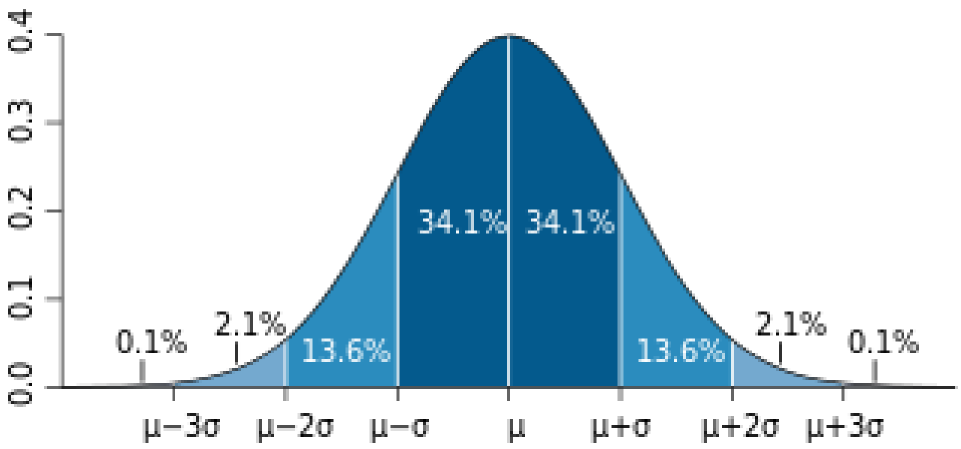


Figura: Distribuciones gaussianas con igual media pero varianza diferente.



Algunas propiedades de la distribución normal son:

1. Es simétrica respecto de su media, μ;



Distribución de probabilidad alrededor de la media en una distribución N(μ, σ).

2. La moda y la mediana son ambas iguales a la media, μ;

3. Los puntos de inflexión de la curva se dan para x = $\mu - \sigma$ y x = $\mu + \sigma$.

4. Distribución de probabilidad en un entorno de la media:

    1. en el intervalo **[μ - σ, μ + σ]** se encuentra comprendida, aproximadamente, el **68,26%** de la distribución;

    2. en el intervalo **[μ - 2σ, μ + 2σ]** se encuentra, aproximadamente, el **95,44%** de la distribución;

    3. por su parte, en el intervalo **[μ -3σ, μ + 3σ]** se encuentra comprendida, aproximadamente, el **99,74%** de la distribución.

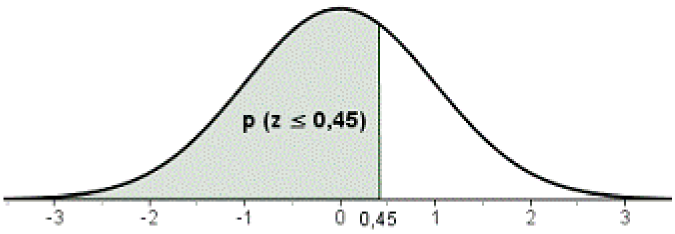
CÁLCULO DE DISTRIBUCIONES EN N(0,1)

Probabilidad de un valor positivo p (z ≤ 0,45)

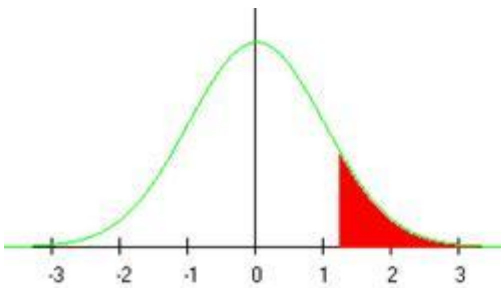
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879

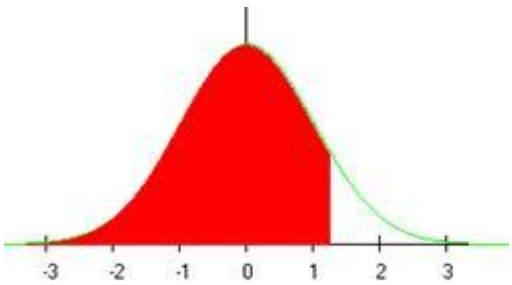
En la 1ª columna buscamos el valor de las unidades y las décimas.
En la 1ª fila el valor de las centésimas.
Basta buscar 0,4 en la columna y 0,05 en la fila. Su intersección nos da la probabilidad.

Leemos y nos da 0,6736. La probabilidad p (z ≤ 0,45) = 0,6736



Probabilidad de un valor positivo p (z > 1,24)

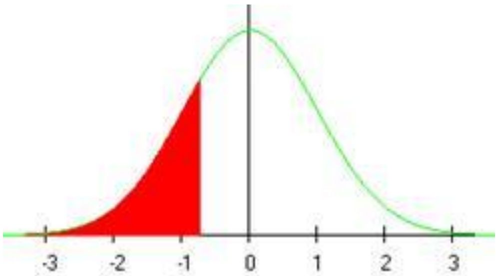


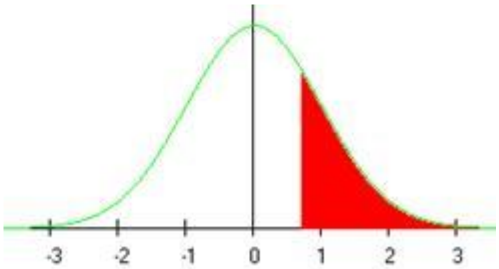


En este caso la probabilidad pedida no está en las tablas.
Sin embargo, si tenemos en cuenta que el área total bajo la gráfica ha de ser 1, deducimos de la figura que:

p (z > 1,24) = 1 – p (z ≤ 1,24) = 1 – 0,8925 = 0,1075

Probabilidad de un valor negativo p (z ≤ - 0,72)





Como la gráfica es simétrica , p (z ≤ - 0,72) = p (z ≥ + 0,72)
Calculamos p (z ≥ + 0,72) igual que en el caso 2.

p (z ≥ + 0,72) = 1 - p (z < + 0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358

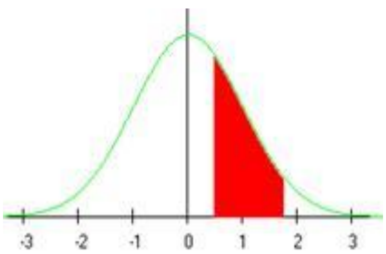
p (z ≤ - 0,72) = p (z ≥ + 0,72)= 1 - p (z < + 0,72) = 1 - 0,7642 = 0,2358

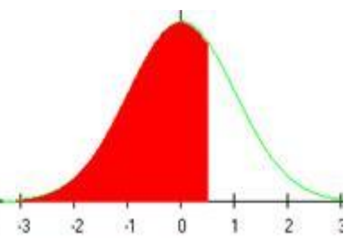
Probabilidad de un valor negativo p (z ≥ - 0,72)

Coincide con p (z ≤ 0,72)

Probabilidad entre dos valores positivos p (0,5 ≤ z ≤ 1,76)

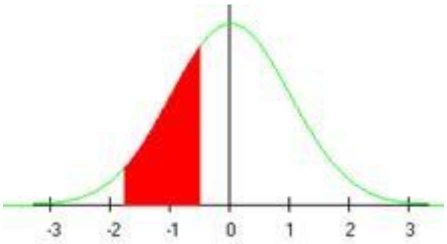
Leemos directamente en la tabla la p (z ≤ 1,76) y la p (z ≤ 0,5).
La diferencia entre ellas es la probabilidad que nos piden.





p (0,5 ≤ z ≤ 1,76) = p (z ≤ 1,76) - p (z ≤ 0,5) = 0,9608 - 0,6915 = 0,2693

Probabilidad entre dos valores negativos p (- 1,76 ≤ z ≤ - 0,5)

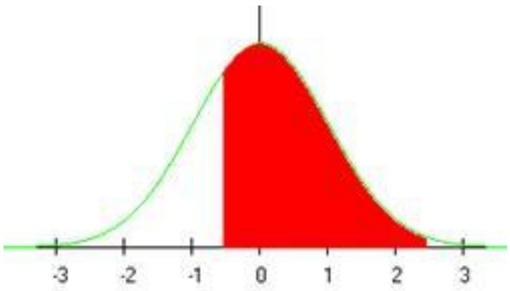


Por simetría cambiamos los dos valores negativos a positivos y calculamos sus probabilidades.

p (- 1,76 ≤ z ≤ - 0,5) = p (0,5 ≤ z ≤ 1,76) = 0,9608 - 0,6915 = 0,2693
Observa que el área sombreada es la misma que en el caso anterior.

Probabilidad entre un valor positivo y uno negativo

p(- 0,53 ≤ z ≤ 2,46)



p(- 0,53 ≤ z ≤ 2,46) = p (z ≤ 2,46) - p (z ≤ - 0,53)

p (z ≤ - 0,53) = p (z ≥ 0,53) = 1 - p (z < 0, 53)= 1 - 0,7019 = 0,2981

p(- 0,53 ≤ z ≤ 2,46) = p (z ≤ 2,46) - p (z ≤ - 0,53) = 0,9931 - 0,2981 = 0,695