

EJERCICIOS PROPUESTOS

17.1 Se arroja un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6 y se apunta el resultado de la cara superior.

- a) ¿Es aleatorio este experimento?
- b) Determina el espacio muestral.
- c) Forma los sucesos contrarios de $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ y $C = \{3\}$.

a) Sí es aleatorio, ya que por muchas veces que se repita, jamás se puede predecir el resultado que se va a obtener en una próxima experiencia.

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

c) $A = \{2, 4\} \Rightarrow \bar{A} = \{1, 3, 5, 6\}$
 $B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow \bar{B} = \{2, 4, 6\}$
 $C = \{3\} \Rightarrow \bar{C} = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

17.2 En una urna hay 7 bolas numeradas del 1 al 7. Se extrae una bola al azar y se anota su número.

- a) Explica si el experimento es aleatorio.
- b) Determina el espacio muestral.
- c) Forma dos sucesos compuestos y sus contrarios.

a) En efecto, es aleatorio ya que por muchas veces que se repita, jamás se puede predecir el resultado que se va a obtener en una próxima experiencia.

b) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

c) $A = \{1, 3\} \Rightarrow \bar{A} = \{2, 4, 5, 6, 7\}$
 $B = \{4, 5, 7\} \Rightarrow \bar{B} = \{1, 2, 3, 6\}$

17.3 Una urna contiene 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola al azar y se anota su número. Considera $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 8\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7\}$.

Halla los siguientes sucesos.

$A \cup B$

$B \cup C$

$A \cap C$

$A \cup C$

$A \cap B$

$B \cap C$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 8\}$

$A \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

$A \cap B = \{3\}$

$A \cap C = \{2, 5\}$

$B \cap C = \emptyset$

17.4 En el experimento que consiste en lanzar un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6:

- a) Expón un ejemplo de dos sucesos que sean contrarios. ¿Son incompatibles?
- b) Muestra dos sucesos que sean incompatibles. ¿Son contrarios?

a) Sucesos contrarios: $A = \text{"salir par"} = \{2, 4, 6\}$ y $\bar{A} = \text{"salir impar"} = \{1, 3, 5\}$.
 Efectivamente, A y \bar{A} son incompatibles.

b) Sucesos incompatibles: $A = \{1, 2\}$ y $B = \{3, 4\}$.
 Los sucesos A y B son incompatibles, pues $A \cap B = \emptyset$, pero no son contrarios ($\bar{A} = \{3, 4, 5, 6\} \neq B$).

17.5 Se saca una carta al azar de una baraja española. Halla la probabilidad de los sucesos:

a) *Salir un caballo.*

b) *Salir un oro.*

c) *Salir un número menor que seis.*

a) Sea $A = \text{"salir un caballo"} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

b) Sea $B = \text{"salir un oro"} \Rightarrow P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c) Sea $C = \text{"salir un número menor que 6"} \Rightarrow P(C) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

17.6 En un intercambio cultural participan 17 alumnos españoles, 8 italianos, 4 franceses y 2 holandeses. Elegido un alumno al azar, halla:

a) *P(ser francés)*

b) *P(ser italiano)*

c) *P(ser holandés)*

a) $P(\text{ser francés}) = \frac{4}{31} = 0,1290$

b) $P(\text{ser italiano}) = \frac{8}{31} = 0,2581$

c) $P(\text{ser holandés}) = \frac{2}{31} = 0,0645$

17.7 En una urna hay 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola al azar y se apunta su número. Considera los sucesos $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 8\}$ y $C = \{1, 2, 5, 7\}$.

Halla la probabilidad de $A \cup B$, $B \cup C$, $A \cup C$, \bar{A} , \bar{B} y \bar{C} .

$P(A \cup B)$: Como A y B son compatibles: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

$P(B \cup C)$: Como B y C son incompatibles: $P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

$P(A \cup C)$: Como A y C son compatibles: $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{3}{8} + \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$.

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

17.8 En una biblioteca están estudiando 5 alumnos de 3.º de ESO, 7 de 4.º, 11 de 1.º de Bachillerato y 15 de 2.º Elegido un estudiante al azar, halla la probabilidad de:

a) Ser un alumno de ESO.

b) Ser un alumno de Bachillerato.

$$a) P(\text{Ser un alumno de ESO}) = \frac{5 + 7}{5 + 7 + 11 + 15} = \frac{12}{38} = \frac{6}{19}$$

$$b) P(\text{Ser un alumno de Bachillerato}) = \frac{11 + 15}{38} = \frac{26}{38} = \frac{13}{19}$$

17.9 Se extrae una carta de una baraja española y se tira un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6. Halla la probabilidad de sacar una espada y obtener un número par en el dado.

$$P(\text{espada y n.º par}) = P(\text{espada}) \cdot P(\text{n.º par}) = \frac{10}{40} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$$

17.10 Un experimento consiste en lanzar un dado tetraédrico con las caras numeradas del 1 al 4, y girar la aguja de una ruleta decorada con los colores azul, verde y rojo. Halla la probabilidad de obtener un 1 en el dado y el rojo en la ruleta.

$$P(\text{obtener 1 y rojo}) = P(\text{obtener 1}) \cdot P(\text{rojo}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

17.11 En una bolsa se introducen unas tarjetas con los nombres de los alumnos de una clase: 16 chicas y 12 chicos. Se extraen 2 tarjetas al azar. Halla la probabilidad de que sean de 2 chicas:

a) Con devolución de la primera tarjeta.

b) Sin devolución.

a) Con devolución de la tarjeta.

$$P(2 \text{ chicas}) = P(\text{chica la 1.ª y chica la 2.ª}) = P(\text{chica la 1.ª}) \cdot P(\text{chica la 2.ª}) = \frac{16}{28} \cdot \frac{16}{28} = 0,3265$$

b) Sin devolución de la tarjeta.

$$P(2 \text{ chicas}) = P(\text{chica la 1.ª y chica la 2.ª}) = P(\text{chica la 1.ª}) \cdot P(\text{chica la 2.ª} | \text{chica la 1.ª}) = \frac{16}{28} \cdot \frac{15}{27} = 0,3175$$

17.12 Una caja contiene 25 caramelos de limón y 15 de menta. Se extraen 2 caramelos al azar. Halla la probabilidad de que el primero sea de menta y el segundo de limón:

a) Con devolución del primer caramelo.

b) Sin devolución.

a) Con devolución del primer caramelo.

$$P(1.º menta y 2.º limón) = P(1.º menta) \cdot P(2.º limón) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{40} = 0,2344$$

b) Sin devolución.

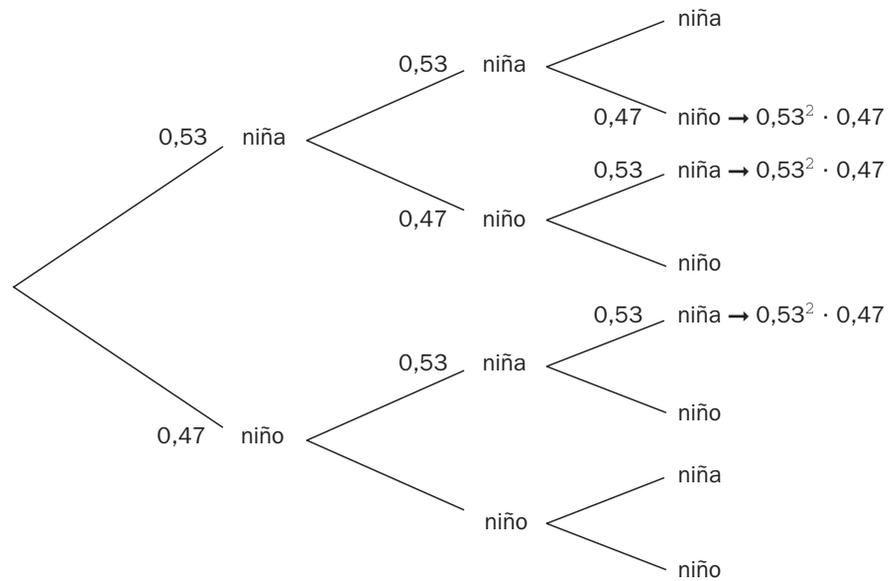
$$P(1.º menta y 2.º limón) = P(1.º menta) \cdot P(2.º limón | 1.º menta) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{39} = 0,2404$$

17.13 De una bolsa que contiene 5 bolas rojas, 10 negras y 12 azules, se extraen 2 bolas al azar. Halla la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

$$P(\text{del mismo color}) = \frac{5}{27} \cdot \frac{4}{26} + \frac{10}{27} \cdot \frac{9}{26} + \frac{12}{27} \cdot \frac{11}{26} = \frac{121}{351} = 0,3447$$

17.14 Imagina que en una familia la probabilidad de nacer niña es 0,53, y la de nacer niño, 0,47. Si tienen tres descendientes, ¿cuál es la probabilidad de que sean dos niñas y un niño?

Consideramos el siguiente diagrama en árbol:



$$P(2 \text{ niñas y } 1 \text{ niño}) = 3 \cdot 0,53^2 \cdot 0,47 = 0,3961$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

17.15 Alicia elige dos números entre {5, 11, 15, 27} y los suma, y Juan escoge dos del conjunto {5, 7, 9} y los multiplica. ¿Qué probabilidad hay de que Alicia obtenga un resultado mayor?

Resultados posibles de Alicia:

$$\begin{array}{ll} 5 + 11 = 16 & 11 + 15 = 26 \\ 5 + 15 = 20 & 11 + 27 = 38 \\ 5 + 27 = 32 & 15 + 27 = 42 \end{array}$$

Resultados posibles de Juan:

$$5 \cdot 7 = 35 \qquad 5 \cdot 9 = 45 \qquad 7 \cdot 9 = 63$$

$$\text{Número de casos posibles} = 6 \cdot 3 = 18$$

Hacemos el recuento de los casos favorables:

- | | | | | |
|---------------------|---|---------------------|--------|---|
| • Si Alicia suma 16 | → | Pierde | → | 0 |
| • Si Alicia suma 20 | → | Pierde | → | 0 |
| • Si Alicia suma 32 | → | Pierde | → | 0 |
| • Si Alicia suma 26 | → | Pierde | → | 0 |
| • Si Alicia suma 38 | → | Que Juan obtenga 35 | → | 1 |
| • Si Alicia suma 42 | → | Que Juan obtenga 35 | → | 1 |
| | | | Total: | 2 |

$$\text{La probabilidad de que gane Alicia es } \frac{2}{18} = \frac{1}{9}.$$

17.16 Con los mismos conjuntos de números del ejercicio anterior, el juego cambia: ahora Alicia sumará tres números, y Juan seguirá multiplicando dos. ¿Qué probabilidad de ganar tiene Alicia?

Resultados posibles de Alicia:

$$5 + 11 + 15 = 31$$

$$5 + 15 + 27 = 47$$

$$5 + 11 + 27 = 43$$

$$11 + 15 + 27 = 53$$

Resultados posibles de Juan:

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$5 \cdot 9 = 45$$

$$7 \cdot 9 = 63$$

Número de casos posibles = $4 \cdot 3 = 12$

Hacemos el recuento de los casos favorables:

• Si Alicia suma 31	→	Pierde	→	0
• Si Alicia suma 43	→	Que Juan obtenga 35	→	1
• Si Alicia suma 47	→	Que Juan obtenga 35 ó 45	→	2
• Si Alicia suma 53	→	Que Juan obtenga 35 ó 45	→	2
			Total:	5

La probabilidad de que gane Alicia es $\frac{5}{12}$.

ACTIVIDADES

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Experimentos aleatorios. Sucesos

17.17 Indica si los siguientes experimentos son aleatorios y, en caso afirmativo, describe el espacio muestral correspondiente.

- Hacer girar la flecha de una ruleta dividida en 6 sectores numerados del 1 al 6.
- Extraer una bola de la urna del dibujo.



- Sí es un experimento aleatorio. Su espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- No es un experimento aleatorio.

17.18 En el experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado con 10 caras numeradas del 1 al 10 consideramos los sucesos $A = \text{salir un número par}$ y $B = \text{salir un número múltiplo de 4}$.

Halla \bar{A} , $A \cup B$ y $\bar{A} \cup B$. ¿Son incompatibles los sucesos A y B ? Razona la respuesta.

El espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

$$\bar{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$\bar{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$$

Los sucesos A y B no son incompatibles (es decir, son compatibles), ya que $A \cap B = \{4, 8\} \neq \emptyset$.

Probabilidad de un suceso

17.19 Se extrae al azar una ficha de un dominó. Calcula la probabilidad de que la suma de los puntos de la ficha sacada sea superior a 5.

$$N.º \text{ de fichas} = 28 \Rightarrow P(\text{suma} > 5) = \frac{16}{28} = \frac{4}{7} = 0,5714$$

17.20 Copia y completa la siguiente tabla de contingencia que muestra la distribución de las tres clases de 4.º de ESO de un centro escolar.

	Alumnos	Alumnas	
A	30		
B		60	100
C			78
	100		232

Si se escoge un estudiante al azar:

- ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la clase A?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumna?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumna y esté en la clase B?
- ¿Cuál es la probabilidad de que, sabiendo que es alumna, corresponda a la clase C?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea alumno sabiendo que pertenece a la clase A?

	Alumnos	Alumnas	
A	30	24	54
B	40	60	100
C	30	48	78
	100	132	232

$$a) P(A) = \frac{54}{232} = \frac{27}{116} = 0,233$$

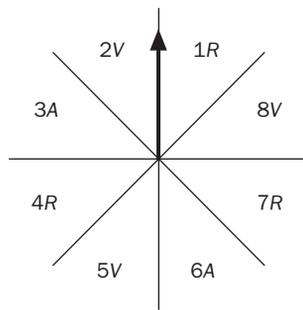
$$b) P(\text{alumna}) = \frac{132}{232} = \frac{33}{58} = 0,5690$$

$$c) P(\text{alumna} \cap B) = \frac{60}{232} = \frac{15}{58} = 0,2585$$

$$d) P(C|Alumna) = \frac{48}{132} = \frac{4}{11} = 0,3636$$

$$e) P(\text{alumno}|A) = \frac{30}{54} = \frac{5}{9} = 0,555$$

17.21 Se procede a girar la flecha de la ruleta.



R ≡ Sector de color rojo
 V ≡ Sector de color verde
 A ≡ Sector de color amarillo

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

- Salir un número par.
- Salir un número impar y el color rojo.
- Salir un número impar o el color amarillo.
- Salir un número par o el color verde.
- No salir el color rojo.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(P) &= \frac{1}{2} \\ \text{b) } P(I \cap R) &= \frac{1}{4} \\ \text{c) } P(I \cup A) &= P(I) + P(A) - P(I \cap A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \\ \text{d) } P(P \cup V) &= P(P) + P(V) - P(P \cap V) = \frac{1}{2} + \frac{3}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8} \\ \text{e) } P(\bar{R}) &= 1 - P(R) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

17.22 Cogemos al azar una carta de una baraja francesa formada por 54 cartas (con dos comodines).

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

- Sacar una pica o una figura.
- Sacar una carta de palo rojo.
- Sacar una carta de palo negro o figura.
- Sacar una carta de palo rojo y menor que 5.
- No sacar un comodín.

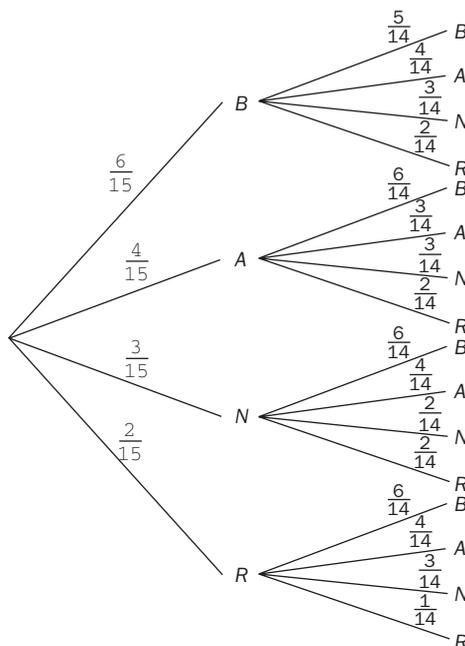
$$\begin{aligned} \text{a) } P(P \cup F) &= P(P) + P(F) - P(P \cap F) = \frac{13}{54} + \frac{12}{54} - \frac{3}{54} = \frac{22}{54} = \frac{11}{27} = 0,4074 \\ \text{b) } P(R) &= \frac{26}{54} = \frac{13}{27} = 0,4815 \\ \text{c) } P(N \cup F) &= P(N) + P(F) - P(N \cap F) = \frac{26}{54} + \frac{12}{54} - \frac{6}{54} = \frac{32}{54} = \frac{16}{27} = 0,5926 \\ \text{d) } P(R \cap < 5) &= \frac{8}{54} = \frac{4}{27} = 0,1481 \\ \text{e) } P(\bar{C}) &= 1 - P(C) = 1 - \frac{2}{54} = \frac{52}{54} = \frac{26}{27} \end{aligned}$$

Probabilidad en experimentos compuestos

17.23 En el armario de Luis hay 6 camisetas blancas, 4 azules, 3 negras y 2 rojas. Si saca consecutivamente 2 camisetas, ¿qué tipo de experimento realiza? Dibuja un diagrama en árbol con los resultados posibles y calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

- Sacar dos camisetas negras.
- Sacar una camiseta blanca y otra azul.
- No sacar ninguna camiseta roja.

El experimento que realiza es aleatorio.



$$a) P(N_1 \cap N_2) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{6}{210} = \frac{1}{35} = 0,0286$$

$$b) P(B \cap A) = \frac{6}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{48}{210} = \frac{8}{35} = 0,2286$$

$$c) P(\bar{R}_1 \cap \bar{R}_2) = P(\bar{R}_1) \cdot P(\bar{R}_2 / \bar{R}_1) = \frac{13}{15} \cdot \frac{12}{14} = \frac{156}{210} = \frac{26}{35} = 0,7429$$

17.24 Una urna contiene 4 bolas numeradas del 1 al 4. Si se forman todos los números de 3 cifras posibles al extraer 3 bolas de dicha urna sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que el número formado sea par? ¿Y si las extracciones se efectuasen con reposición?

$$\text{Sin reposición: } P(n.^\circ \text{ par}) = \frac{2 \cdot V_{3,2}}{V_{4,3}} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Con reposición: } P(n.^\circ \text{ par}) = \frac{2 \cdot VR_{4,2}}{VR_{4,3}} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

17.25 Si se tiran 3 dados, ¿cuál es la probabilidad de que en todas las caras aparezca igual número de puntos?

$$P(\text{igual n.}^\circ \text{ de puntos}) = P[(1 \cap 1 \cap 1) \cup (2 \cap 2 \cap 2) \cup \dots \cup (6 \cap 6 \cap 6)] = \frac{6}{VR_{6,3}} = \frac{6}{216} = 0,027$$

17.26 Se ha averiguado experimentalmente que la probabilidad de que cierto tipo de chinchetas caigan con la punta hacia arriba es de 0,35.

Si se lanzan dos chinchetas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas caiga con la punta hacia arriba?

$$P(1 \cup 2) = P(1) + P(2) - P(1 \cap 2) = 0,35 + 0,35 - 0,35 \cdot 0,35 = 0,5775$$

17.27 Un jugador de dardos dispone de dos oportunidades de dar en el blanco en la diana. La probabilidad de acertar cuando lanza es de 0,63.

a) Halla la probabilidad de que atine al menos una vez.

b) ¿Cuál es la probabilidad de que falle en los dos lanzamientos?

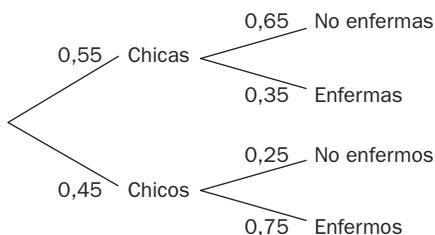
a) $P(B_1 \cup B_2) = 1 - P(\bar{B}_1 \cap \bar{B}_2) = 1 - 0,37^2 = 0,8631$

b) $P(F_1 \cap F_2) = P(\bar{B}_1 \cap \bar{B}_2) = 0,37^2 = 0,1369$

Probabilidad total

17.28 En un centro de enseñanza secundaria, el 55 % de los estudiantes matriculados son chicas. Se sabe que el 65 % de las alumnas no han estado enfermas durante el curso y que el 25 % de los alumnos tampoco.

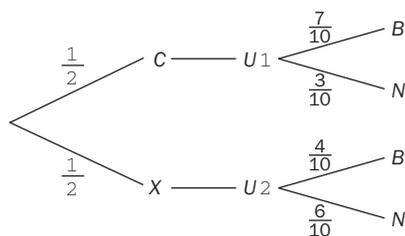
Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que se haya encontrado enfermo? Realiza el diagrama en árbol correspondiente.



$$P(\text{enfermo}) = 0,45 \cdot 0,75 + 0,55 \cdot 0,35 = 0,53$$

17.29 Considera el experimento compuesto que consiste en lanzar una moneda al aire y, si sale cara, se extrae una bola de la primera urna, y si aparece cruz, una de la segunda.

Dibuja un diagrama en árbol indicando la probabilidad de cada suceso y calcula la probabilidad de que la bola extraída sea blanca.



$$P(\text{blanca}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} = \frac{11}{20} = 0,55$$

17.30 Pedro desea coger la bicicleta guardada en su trastero, y para ello necesita abrir dos puertas. Dispone de 4 llaves: dos de ellas abren la primera puerta; otra de ellas, la segunda, y la cuarta es maestra. ¿Cuál es la probabilidad de que abra las dos puertas en el primer intento si escoge las llaves al azar?

$$P(A_1 \cap A_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0,375$$

17.31 En el lanzamiento de 3 dados de 6 caras, ¿cuál es el suceso contrario al de sacar al menos un 5? ¿Cuál es su probabilidad?

$A = \text{sacar al menos un } 5 \Rightarrow \bar{A} = \text{Ningún } 5$

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0,5787$$

17.32 En un experimento aleatorio se ha obtenido que la probabilidad de un suceso A es de 0,31, y la de un suceso B , de 0,69. ¿Podemos asegurar que A y B son sucesos contrarios?

Sí, ya que $P(B) = 1 - P(A)$

17.33 Si lanzo una moneda 9 veces y aparece cara en todos los lanzamientos, ¿es más probable que a la décima vez salga cruz en lugar de cara?

No, la probabilidad sigue siendo la misma, la moneda no tiene memoria.

17.34 ¿En cuál de las siguientes urnas es más probable extraer una bola roja?



1.ª urna: $P(R) = \frac{1}{2} = 0,5$

2.ª urna: $P(R) = \frac{3}{5} = 0,6$

3.ª urna: $P(R) = \frac{5}{11} = 0,4545$

Luego es más probable extraer una bola roja en la 2.ª urna.

17.35 Si $P(A) = \frac{1}{4}$, ¿quiere decir que hay 4 casos posibles en el experimento y solo 1 favorable al suceso A ? Justifica la respuesta.

No, ya que la fracción puede estar simplificada.

17.36 Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

- a) El suceso contrario al suceso seguro es el suceso imposible.
- b) La probabilidad de un suceso A puede ser igual a 1,3.
- c) A y B son incompatibles si $A \cup B = \emptyset$.
- d) Si $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, entonces A y B son compatibles.
- e) Si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, entonces A y B son independientes.

- a) Verdadero
- b) Falso
- c) Falso
- d) Falso
- e) Verdadero

17.37 Si al sacar 3 cartas de una baraja española obtengo 3 oros, ¿la probabilidad de conseguir en una cuarta extracción una espada es la misma si devuelvo las cartas a la baraja que si no lo hago? ¿Por qué?

$A =$ Obtener 3 oros en tres extracciones

$B =$ Obtener espadas

Con devolución: $P(B) = \frac{10}{40} = 0,25$

Sin devolución: $P(B) = \frac{10}{37} = 0,27$

Luego la probabilidad no es la misma. Es mayor en el caso de que las extracciones se hagan sin devolución, porque el número de casos posibles es menor que cuando las extracciones se producen con devolución.

17.38 Si lanzo 2 dados de 6 caras, ¿qué es más probable lograr como suma, 7 ó 10?

Los casos favorables a 7 son: 1 y 6, 2 y 5, 3 y 4.

Los casos favorables a 10 son: 4 y 6, 5 y 5.

Luego $P(\text{sacar } 7) > P(\text{sacar } 10)$.

17.39 ¿Qué es más probable?

a) Salir 3 al tirar un dado de 6 caras.

b) Sacar espadas al extraer una carta.

c) Obtener dos caras al lanzar dos monedas.

a) $P(\text{sacar } 3) = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$

b) $P(\text{sacar espadas}) = \frac{1}{4} = 0,25$

c) $P(CC) = \frac{1}{4} = 0,25$

Luego son más probables los sucesos b y c.

17.40 Si $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$, $P(A) = \frac{4}{5}$ y $P(B) = \frac{5}{6}$, ¿son A y B independientes? Calcula $P(B / A)$.

$P(A \cap B) = \frac{2}{7} \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{3}$, luego A y B no son independientes.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{4}{5} \cdot P(B / A) \Rightarrow P(B / A) = \frac{5}{14}$

PROBLEMAS PARA APLICAR

17.41 En una población, la probabilidad de medir más de 170 centímetros es del 30 %, y la de ser aficionado al cine, del 65 %.

¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar mida menos de dicha altura y le guste el cine?

$P(\text{más bajo de } 170 \cap \text{aficionado al cine}) = \frac{70}{100} \cdot \frac{65}{100} = 0,455$

17.42 Los alumnos de 4.º de ESO de un centro escolar sortean un ordenador portátil para conseguir ingresos destinados a su viaje de fin de curso. Venden papeletas numeradas del 1 al 100.

Calcula la probabilidad de ganar el ordenador si se adquieren todas las papeletas que sean múltiplos de 3 o de 5.

$P(\dot{3} \cup \dot{5}) = P(3) + P(5) - P(\dot{3} \cap \dot{5}) = \frac{33}{100} + \frac{20}{100} - \frac{6}{100} = \frac{47}{100} = 0,47$

17.43 Silvia posee una moneda de 2 euros, dos de un euro, una de 50 céntimos y otra de 20.

Si toma del monedero dos monedas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la cantidad sumada de ambas sea superior a un euro?

$$\text{N.º de extracciones de 2 monedas} = \binom{5}{2} = 10 \Rightarrow P(\text{cantidad} > 1 \text{€}) = \frac{9}{10}$$

17.44 Según un informe de la Cruz Roja sobre los enfermos que padecen paludismo en África, si son atendidos en un dispensario, los $\frac{3}{5}$ se curan al cabo de tres semanas.

En una muestra al azar de 5 pacientes, calcula la probabilidad de que:

- a) Se curen exactamente 3.
- b) Sanen al menos 2.
- c) Se recuperen todos.

$$\text{Sea } A_i = \text{se cure el enfermo "i"}. \text{ Pues bien, } P(A_i) = \frac{3}{5} \text{ y } P(\bar{A}_i) = \frac{2}{5}$$

$$\text{a) } P(\text{se curen exactamente 3}) = \binom{5}{3} \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0,3456$$

$$\text{b) } P(\text{sanen al menos 2}) = P(\text{se curen 2} \cup \text{se curen 3}) = \binom{5}{2} \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 + \binom{5}{3} \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0,576$$

$$\text{c) } P(\text{se recuperen todos}) = \left(\frac{3}{5}\right)^5 = 0,0778$$

17.45 En un aula con 24 estudiantes de 1.º de ESO, los profesores de Matemáticas, Lengua e Inglés piden cada día al azar los cuadernos a algunos alumnos para revisarlos. El de Matemáticas se lo reclama a 4 alumnos; el de Lengua, a 6, y el de Inglés, a 8.

Halla la probabilidad de que a un alumno concreto, en un día:

- a) Le pidan 2 cuadernos.
- b) No le reclamen ninguno.
- c) Le soliciten los 3 cuadernos.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(\text{le pidan 2 cuadernos}) &= P[(\text{mates y lengua}) \cup (\text{mates e inglés}) \cup (\text{lengua e inglés})] = \\ &= \frac{4}{24} \cdot \frac{6}{24} + \frac{4}{24} \cdot \frac{8}{24} + \frac{6}{24} \cdot \frac{8}{24} = \frac{1}{24} + \frac{1}{18} + \frac{1}{12} = \frac{13}{72} = 0,1806 \end{aligned}$$

$$\text{b) } P(\text{ningún cuaderno}) = P(\text{no mates} \cap \text{no lengua} \cap \text{no inglés}) = \frac{20}{24} \cdot \frac{18}{24} \cdot \frac{16}{24} = 0,41\widehat{6}$$

$$\text{c) } P(\text{le pidan los 3}) = \frac{4}{24} \cdot \frac{6}{24} \cdot \frac{8}{24} = 0,0139$$

17.46 Una entidad bancaria realiza un sorteo de 3 premios entre sus clientes, y para ello reparte 1000 papeletas. Uno de los clientes habituales tiene en su poder 20 números.

¿Cuál es la probabilidad de que reciba algún premio?

$$P(\text{algún premio}) = 1 - P(\text{ningún premio}) = 1 - P(\text{no 1.º} \cap \text{no 2.º} \cap \text{no 3.º}) = 1 - \frac{980}{1000} \cdot \frac{979}{999} \cdot \frac{978}{998} = 0,0589$$

17.47 La probabilidad de nacimientos de niños en un país está en torno al 52 %. Halla la probabilidad de que una familia de 4 hijos tenga:

a) Por lo menos un niño.

b) Exactamente una niña y tres niños.

$$a) P(\text{por lo menos un niño}) = 1 - P(\text{ningún niño}) = 1 - \left(\frac{48}{100}\right)^4 = 0,9469$$

$$b) P(1 \text{ niña y } 3 \text{ niños}) = \binom{4}{3} \left(\frac{52}{100}\right)^3 \left(\frac{48}{100}\right) = 0,27$$

17.48 El departamento de selección de personal de una multinacional entrevista a 65 candidatos para un puesto de la empresa: 35 de ellos poseen experiencia laboral previa y 40 disponen de un título universitario.

¿Cuál es la probabilidad de que se elija a una persona que tenga experiencia laboral y un título universitario?

A = experiencia laboral

B = título universitario

$A \cap B = 10$ (ya que $40 + 35 = 75$ que sobrepasan en 10 a los 65 entrevistados)

$$P(A \cap B) = \frac{10}{65} = \frac{2}{13} = 0,1538$$

17.49 Las estadísticas de los derbis entre dos equipos de la misma ciudad e históricamente rivales son las siguientes: el 25 % de las veces ha ganado el equipo A ; el 45 %, el conjunto B , y el 30 % han empatado. En el próximo torneo van a enfrentarse en 3 ocasiones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que gane A los 3 partidos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que A venza al menos en un partido?

$$a) P(\text{gane } A \text{ los } 3 \text{ partidos}) = P(1.^\circ \text{ gane } A \cap 2.^\circ \text{ gane } A \cap 3.^\circ \text{ gane } A) = \left(\frac{25}{100}\right)^3 = 0,0156$$

$$b) P(\text{gane } A \text{ al menos } 1 \text{ partido}) = 1 - P(\text{no gane ninguno}) = 1 - \left(\frac{75}{100}\right)^3 = 0,5781$$

17.50 Un árbol de Navidad está alumbrado por una tira de 25 bombillas de colores recién compradas.

Si la probabilidad de que una bombilla se funda antes de 15 días es de 0,1, ¿cuál es la probabilidad de que el alumbrado del árbol funcione sin problemas durante los 15 días de las fiestas navideñas?

B_i = fundirse la bombilla "i"

$$P(\text{funcione}) = P(\overline{B_1} \cap \overline{B_2} \cap \dots \cap \overline{B_{25}}) = (0,9)^{25} = 0,0718$$

17.51 Un profesor tiene 2 estuches. Uno contiene 5 bolígrafos azules y 3 negros, y el otro, 2 azules y 6 negros.

Si abre un estuche al azar y extrae un bolígrafo, ¿cuál es la probabilidad de que sea negro?

N = ser negro

A = escoger estuche A

B = escoger estuche B

$$P(N) = P(A) \cdot P(N | A) + P(B) \cdot P(N | B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8} = 0,5625$$

17.52 En una empresa de control de calidad, los productos pasan por 3 pruebas independientes. En la primera se detecta un 8 % de productos con defectos; en la segunda, un 12 %, y en la tercera, un 15 %. Halla la probabilidad de que un producto tenga:

a) 0 defectos.

b) 1 defecto.

c) 2 defectos.

Sea D = defecto y B = bien

$$a) P(0 \text{ defectos}) = P(\text{pase 1.ª criba} \cap \text{pase 2.ª criba} \cap \text{pase 3.ª criba}) = \frac{92}{100} \cdot \frac{88}{100} \cdot \frac{85}{100} = 0,6882$$

$$b) P(1 \text{ defecto}) = P(DBB \cup BDB \cup BBD) = \frac{8}{100} \cdot \frac{88}{100} \cdot \frac{85}{100} + \frac{92}{100} \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{85}{100} + \frac{92}{100} \cdot \frac{88}{100} \cdot \frac{15}{100} = 0,27$$

$$c) P(2 \text{ defectos}) = P(DDB \cup DBD \cup BDD) = \frac{8}{100} \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{85}{100} + \frac{8}{100} \cdot \frac{88}{100} \cdot \frac{15}{100} + \frac{92}{100} \cdot \frac{12}{100} \cdot \frac{15}{100} = 0,035$$

REFUERZO

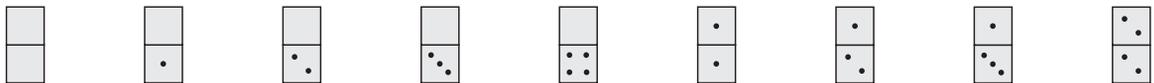
Experimentos aleatorios. Sucesos

17.53 Describe el espacio muestral de los siguientes experimentos aleatorios.

a) Sacar de una caja una ficha de dominó teniendo en cuenta que solo contiene aquellas cuya suma de puntos es inferior a 5.

b) Extraer de una caja una de las piezas del ajedrez.

a)



b) $E = \{\text{Peón blanco, peón negro, torre blanca, torre negra, caballo blanco, caballo negro, alfil blanco, alfil negro, reina blanca, reina negra, rey blanco, rey negro}\}$

17.54 Al tomar una carta de una baraja española, se consideran los sucesos: A = sacar un basto, B = sacar una figura y C = sacar un as.

Halla los sucesos $A \cup B$, $A \cup C$ y $B \cup C$. ¿Son compatibles B y C ? ¿Por qué?

Sea O = oros, Co = copas, E = espadas y B = bastos

$$A \cup B = \{1B, 2B, 3B, 4B, 5B, 6B, 7B, SB, CB, RB, SO, CO, RO, SCo, CCo, RCo, SE, CE, RE\}$$

$$A \cup C = \{1B, 2B, 3B, 4B, 5B, 6B, 7B, SB, CB, RB, 1O, 1Co, 1E\}$$

$$B \cup C = \{SO, CO, RO, SCo, CCo, RCo, SE, CE, RE, SB, CB, RB, 1O, 1Co, 1E, 1B\}$$

B y C no son compatibles (es decir, son incompatibles), ya que $B \cap C = \emptyset$.

Probabilidad de un suceso

17.55 Los 450 alumnos de un centro escolar de Secundaria se encuentran repartidos por cursos de esta forma.

	1.º	2.º	3.º	4.º
Chicos	70	50	46	52
Chicas	80	62	50	40

Calcula las siguientes probabilidades.

a) $P(\text{ser un chico})$

b) $P(\text{ser una chica})$

c) $P(\text{ser de 2.º})$

d) $P(\text{ser de 4.º})$

e) $P(\text{ser un chico de 3.º})$

f) $P(\text{no ser de 1.º})$

$$\text{a) } P(\text{chico}) = \frac{218}{450} = 0,48\widehat{4}$$

$$\text{b) } P(\text{chica}) = \frac{232}{450} = 0,51\widehat{5}$$

$$\text{c) } P(\text{ser de 2.º ESO}) = \frac{112}{450} = 0,24\widehat{8}$$

$$\text{d) } P(\text{ser de 4.º ESO}) = \frac{92}{450} = 0,20\widehat{4}$$

$$\text{e) } P(\text{ser chico de 3.º ESO}) = \frac{46}{450} = 0,10\widehat{2}$$

$$\text{f) } P(\text{no ser de 1.º ESO}) = \frac{300}{450} = 0,6\widehat{}$$

17.56 Se lanza al aire un dado icosaédrico con las caras numeradas del 1 al 20. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.

a) $\text{Salir un número par o múltiplo de 5.}$

b) $\text{Salir un número impar o múltiplo de 6.}$

c) $\text{Salir un cuadrado perfecto o múltiplo de 2.}$

d) $\text{No salir un número primo.}$

$$\text{a) } P(\text{par} \cup 5) = \frac{10}{20} + \frac{4}{20} - \frac{2}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

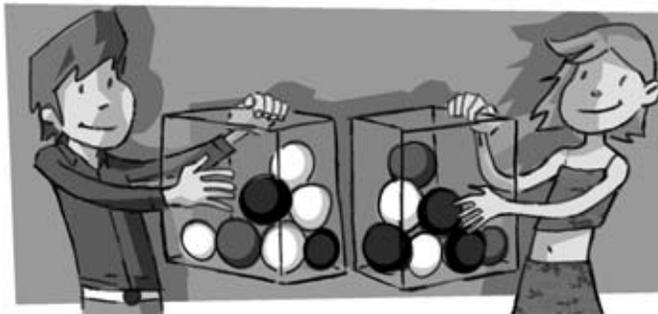
$$\text{b) } P(\text{impar} \cup 6) = \frac{10}{20} + \frac{3}{20} = \frac{13}{20} = 0,65$$

$$\text{c) } P(\text{cuadrado} \cup 2) = \frac{4}{20} + \frac{10}{20} - \frac{2}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{d) } P(\bar{p}) = 1 - P(p) = 1 - \frac{8}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Probabilidad en experimentos compuestos

- 17.57 Un juego consiste en sacar 2 bolas consecutivamente y sin reemplazamiento de una urna. Gana quien saque de su urna dos bolas del mismo color.



¿Quién tiene mayor probabilidad de ganar?

$$P(\text{ganar 1}) = 2 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = 0,2381; P(\text{ganar 2}) = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = 0,3$$

Por tanto, tiene más probabilidad de ganar el jugador que extrae las bolas de la urna 2.

- 17.58 Dos amigos juegan a sacar la carta más alta de una baraja española. El orden es: as, dos, tres... y así sucesivamente hasta el rey.

Si el primero que realiza la extracción saca una sota, devolviéndola a la baraja, calcula:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que gane el segundo?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que venza el primero?

c) ¿Cuál es la probabilidad de repetición por empate?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que gane cada uno de ellos si no se devuelve la sota extraída a la baraja? ¿Importa quién saque la primera carta en este caso?

$$a) P(\text{Gane 2.º}) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}$$

$$b) P(\text{Gane 1.º}) = \frac{28}{40} = \frac{7}{10}$$

$$c) P(\text{Empate}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$$

d) En caso de que la extracción se haga sin devolución:

$$P(\text{Gane 1.º}) = \frac{28}{39}; P(\text{Gane 2.º}) = \frac{8}{39}$$

En este caso sí importa quién saque la primera carta.

Probabilidad total

17.59 Se tira un dado octaédrico (8 caras) y, si sale número par, se extrae una bola de una urna que contiene 4 bolas amarillas y 6 moradas; y si aparece impar, se toma una bola de otra urna que guarda 8 bolas amarillas y 2 moradas.

Halla la probabilidad de sacar una bola morada.

$$P(\text{morada}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{6}{10} + \frac{4}{8} \cdot \frac{2}{10} = \frac{32}{80} = \frac{2}{5}$$

AMPLIACIÓN

17.60 Se extraen 4 cartas sin devolución de una baraja española. Calcula la probabilidad de:

- Obtener las 4 sotas.
- Obtener las 4 del mismo palo.
- Obtener al menos un 5.
- Obtener las 4 con el mismo número.
- Sumar 11.

$$a) P(\text{obtener 4 sotas}) = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} \cdot \frac{1}{37} = 0,00001$$

$$b) P(\text{obtener 4 del mismo palo}) = P(4 \text{ oros} \cup 4 \text{ espadas} \cup 4 \text{ copas} \cup 4 \text{ bastos}) = P(4 \text{ oros}) + P(4 \text{ copas}) + \dots = \\ = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} \cdot \frac{7}{37} \cdot 4 = 0,0091$$

$$c) P(\text{obtener al menos un 5}) = 1 - P(\text{no obtener 5}) = 1 - \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{34}{38} \cdot \frac{33}{37} = 0,3554$$

$$d) P(\text{obtener los 4 del mismo número}) = P(4 \text{ unos} \cup 4 \text{ doses} \cup \dots \cup 4 \text{ reyes}) = P(4 \text{ unos}) + \dots + P(4 \text{ reyes}) = \\ = \left(\frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} \cdot \frac{2}{38} \cdot \frac{1}{37} \right) \cdot 10 = 0,0001$$

$$e) P(\text{sumen 11}) = P(\text{sacar}(7,2,1,1) \cup \text{sacar}(6,3,1,1) \cup \text{sacar}(6,2,2,1) \cup \text{sacar}(5,4,1,1) \cup \text{sacar}(5,3,2,1) \cup \text{sacar}(5,2,2,2)) = \\ = P_4 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} \cdot \frac{4}{38} \cdot \frac{3}{37} + P_4 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} \cdot \frac{4}{38} \cdot \frac{3}{37} + \dots + P_4 \cdot \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} \cdot \frac{3}{38} \cdot \frac{2}{37} = 0,0122$$

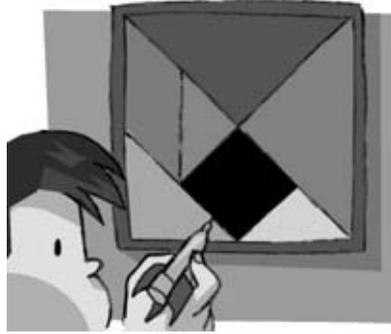
17.61 En una zona de reforestación en la Selva Negra, devastada por la lluvia ácida, se han plantado 3 tipos de coníferas: un 20 %, de tipo A; un 30 %, de B, y un 50 %, de clase C.

La posibilidad de supervivencia es del 60% en las de tipo A, del 45 % en las de B y del 75 % en las de C.

Si selecciono un árbol superviviente al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de clase C?

$$P(\text{superviviente de tipo C}) = P(\text{sea de tipo C} \cap \text{sobreviva}) = P(C) \cdot P(\text{sobreviva}/C) = \frac{50}{100} \cdot \frac{75}{100} = \frac{3750}{10000} = 0,375$$

- 17.62 Me han regalado una diana en forma de tangram en la que cada pieza es de un color diferente. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar el dardo lo clave en la zona coloreada en azul?



Todas las áreas de las figuras tangram son múltiplos del triángulo pequeño, que llamamos u .

Triángulo pequeño = $1u$

Triángulo mediano = $2u$

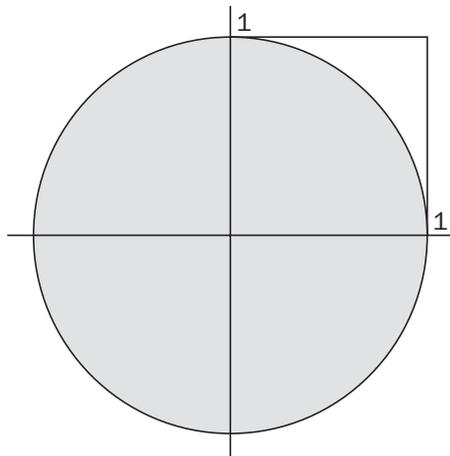
Triángulo grande = $4u$

Cuadrado = $2u$

Romboide = $2u$

$$P(\text{romboide}) = \frac{2u}{16u} = \frac{1}{8} = 0,125$$

- 17.63 Si se generan aleatoriamente dos números reales, a y b , comprendidos entre 0 y 1, ¿cuál es la probabilidad de que el punto (a, b) se encuentre en el interior del círculo centrado en el origen y con radio la unidad?



$$P[(a, b) \in \text{círculo}(0, 1)] = \frac{\frac{\pi}{4}}{1} = \frac{\pi}{4}$$

17.64 ¿Más vocales o más consonantes?

Ricardo desea estudiar la proporción de vocales y consonantes que se utilizan en su lengua. Para ello ha elegido al azar el siguiente párrafo extraído de su libro de Matemáticas.

“El estudio del cálculo de probabilidades se inició al observar cómo se comportaban los juegos de azar.”

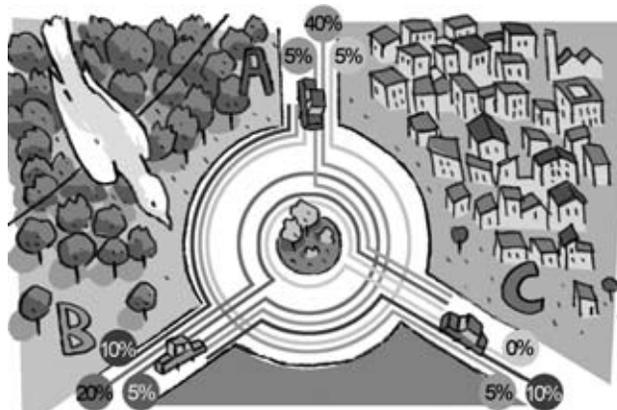
- a) Cuenta el número de vocales y de consonantes que contiene el texto, y con los resultados asigna probabilidades a los sucesos que se forman al elegir una letra al azar de un escrito cualquiera, si resulta ser una vocal, y si resulta ser una consonante.
- b) Ricardo intuye que las probabilidades anteriores cambian de manera apreciable si se sabe que la letra anterior a la elegida es vocal o consonante. Con la ayuda de la primera línea del texto, asigna la probabilidad del suceso que se forma si la letra seleccionada resulta ser vocal, sabiendo que la anterior es consonante.

a) Hay 39 vocales y 46 consonantes. Por tanto: $P(V) = \frac{39}{39 + 46} = 0,4588$ y $P(C) = \frac{46}{39 + 46} = 0,5412$.

b) De las 11 letras precedidas de consonante, 8 son vocales. Por tanto, la probabilidad de que una letra sea vocal sabiendo que la anterior a ella es consonante es $\frac{8}{11} = 0,7273$.

17.65 La rotonda

En una glorieta confluyen tres carreteras de doble sentido. En la figura se indica la distribución de vehículos que entran por una vía y salen por otra.



Se elige un conductor al azar de entre todos los que han circulado por la rotonda en un día.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya entrado y salido por A?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido por C?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya entrado por B?

a) $P(E_A \cap S_A) = 0,05$

b) $P(S_C) = 0,05 + 0,1 = 0,15$

c) $P(\overline{E_B}) = 1 - P(E_B) = 1 - (0,4 + 0,2 + 0,1) = 0,3$

AUTOEVALUACIÓN

17.A1 Sea extrae una bola de una urna que contiene 20 bolas numeradas del 1 al 20. Se consideran los siguientes sucesos.

$A = \text{salir un número múltiplo de 3}$

$B = \text{salir un número múltiplo de 5}$

$C = \text{salir un número par}$

Halla $A \cup B$, $A \cup C$ y $B \cup C$.

¿Son compatibles B y C ? ¿Por qué?

Sea $A = \text{salir múltiplo de 3} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$. Sea $B = \text{salir múltiplo de 5} = \{5, 10, 15, 20\}$

Sea $C = \text{salir número par} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

$A \cup B = \{3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20\}$; $A \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$

$B \cup C = \{2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20\}$

B y C son compatibles, ya que $B \cap C = \{10, 20\} \neq \emptyset$.

17.A2 Copia la siguiente tabla de contingencia sobre la procedencia y el sexo de los candidatos para secretario de las Naciones Unidas.

	Mujer	Hombre	
Europa	1		4
América	2		5
África		0	2
Asia	1		
Oceanía		1	
	6	9	

Completa la tabla y calcula la probabilidad de:

- Que el secretario sea mujer.
- Que el secretario sea hombre y europeo.
- Que el secretario sea mujer o americano.
- Que el secretario no sea africano.

	Mujer	Hombre	
Europa	1	3	4
América	2	3	5
África	2	0	2
Asia	1	2	3
Oceanía	0	1	1
	6	9	15

a) $P(\text{mujer}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$

b) $P(\text{hombre} \cap \text{europeo}) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$

c) $P(\text{mujer} \cup \text{americano}) = P(\text{mujer}) + P(\text{americano}) - P(\text{mujer} \cap \text{americano}) = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} - \frac{2}{15} = \frac{3}{5} = 0,6$

d) $P(\text{no africano}) = 1 - P(\text{africano}) = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15} = 0,8\bar{6}$

17.A3 Una urna contiene 4 bolas blancas numeradas del 1 al 4, 3 negras numeradas del 5 al 7, y 3 rojas numeradas del 8 al 10. Si se extrae una bola al azar, calcula las siguientes probabilidades.

a) $P(\text{salir blanca o número par})$

b) $P(\text{salir negra o número impar})$

c) $P(\text{no salir blanca o número múltiplo de 3})$

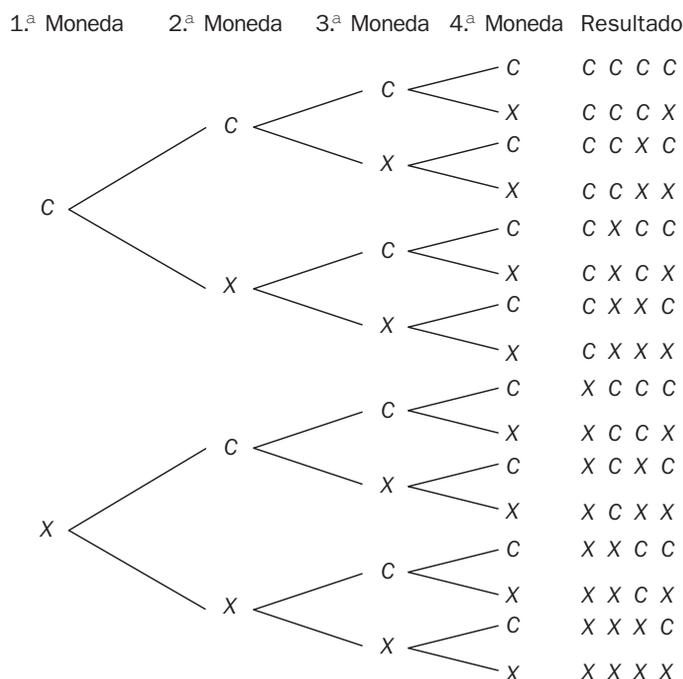
$$a) P(\text{blanca} \cup \text{par}) = \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

$$b) P(\text{negra} \cup \text{impar}) = \frac{3}{10} + \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{5}$$

$$c) P(\bar{\text{blanca}} \cup \text{múltiplo de 3}) = \frac{6}{10} + \frac{3}{10} - \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$$

17.A4 Se lanzan 4 monedas de un euro y se anota el resultado de la cara superior. ¿Qué tipo de experimento se realiza?

Forma el diagrama en árbol y calcula la probabilidad de obtener 4 caras.



El experimento que se realiza es aleatorio, ya que por muchas veces que se repita, jamás se puede predecir el resultado que se va a obtener en una próxima experiencia.

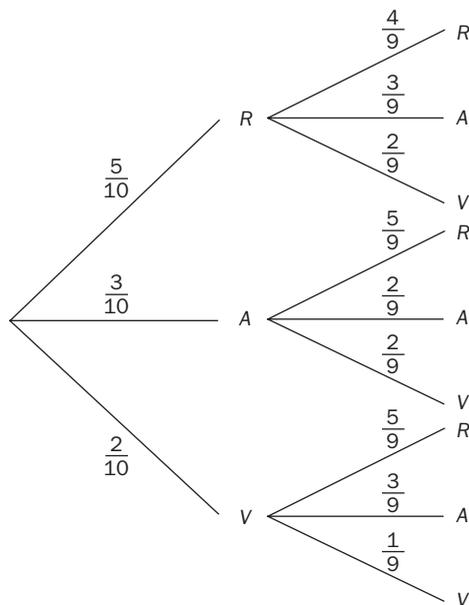
$$P(\text{CCCC}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0,125$$

17.A5 De la urna de la figura se sacan, consecutivamente y sin reemplazamiento, 2 bolas.



Realiza un diagrama en árbol del experimento y calcula la probabilidad de que:

- La primera sea azul y la segunda roja.
- Las dos sean azules.
- Las dos sean del mismo color.



$$a) P(A_1 \cap R_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6} = 0,1\widehat{6}$$

$$b) P(A_1 \cap A_2) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0,0\widehat{6}$$

$$c) P(\text{mismo color}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{14}{45} = 0,3\widehat{1}$$

MURAL DE MATEMÁTICAS

MATE TIEMPOS

El día de mi cumpleaños

¿Cuál es la probabilidad de que entre los 30 alumnos de una clase de 4.º de ESO, al menos dos, cumplan años el mismo día? ¿Y si consideramos los 150 alumnos que cursan 4.º de ESO en un mismo centro escolar?

$$P(\text{dos alumnos no hayan nacido el mismo día}) = \frac{364}{365}$$

$$P(\text{ninguno de los 30 alumnos de 4.º de ESO haya nacido el mismo día}) = \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \dots \cdot \frac{335}{365} = \frac{364!}{365^{30}(364 - 30)!}$$

$$\text{Luego se tiene que: } P(\text{al menos dos de los 30 estudiantes de 4.º de ESO hayan nacido el mismo día}) = 1 - \frac{364!}{365^{30}(364 - 30)!}$$

$$\text{Por otro lado: } P(\text{al menos dos de los 150 estudiantes de 4.º de ESO hayan nacido el mismo día}) = 1 - \frac{364!}{365^{150}(364 - 150)!}$$