

NOMBRE Y APELLIDOS:

CURSO:

Cuarto certamen matemático
IES Alfonso X, el Sabio
DESAFÍA TU MENTE

3º/4º
ESO



Prueba 2 (25/11/2024): Adivina el número

Vas de excursión a un país lejano y te encuentras un genio que te dice que te enseñara el lugar mas hermoso del país si eres capaz de adivinarle un número. El genio piensa en un número, lo duplica y le resta 1 unidad, al número resultante lo duplica y le resta 1 unidad y así 100 veces. El genio te dice que después de repetir este proceso 100 veces el número obtenido es $(2^{105} + 1)$ ¿Cuál es el número inicial pensado por el genio?

Resolución:

Para resolver este problema vamos a ir escribiendo la sucesión de operaciones para intentar sacar un patrón:

Primero $2x - 1$

Segundo $2(2x - 1) - 1 = 4x - 3$

Tercero $2(4x - 3) - 1 = 8x - 7$

Cuarto $2(8x - 7) - 1 = 16x - 15$

Quinto $2(16x - 15) - 1 = 32x - 31$

Sexto $2^6x - (2^6 - 1)$

Cien $2^{100}x - (2^{100} - 1)$

Por lo tanto nos queda:

$$\begin{aligned}2^{100}x - (2^{100} - 1) &= 2^{105} + 1 \\2^{100}x &= 2^{105} + 2^{100} \\x &= \frac{2^{105}}{2^{100}} + \frac{2^{100}}{2^{100}} = 2^5 + 1 = \mathbf{33}\end{aligned}$$